Estudio comparativo poblacional entre datos reales y el modelo de migración humano

Ramón Luévanos Rojas, Facundo Cortes Martínez, Agustin Sáenz López y Ramón Gerardo Luevanos Vázquez

R. Luévanos, F. Cortes, A. Sáenz y R. Luevanos
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura de la Universidad Juárez del Estado de Durango. Calle Universidad s/n, fraccionamiento Filadelfia. Gómez Palacio – Durango – México.
luera_2000@yahoo.com

M. Ramos.,O. Rivas.,(eds.). Ciencias Multidisciplinarias, Proceedings-©ECORFAN- Valle de Santiago, Guanajuato, 2015.

Abstract

In this research the comparative study of the application of human migration model applied to population growth in the three cities clustered in the Laguna region of Mexico is presented. A linear utility function for society group active population, and conjectural variations equilibrium is investigated is introduced. Numerical experiments based on data from the three cities in the period between 1990-2010, Obtaining a projection type social interest housing. And review the actual performance with the 2010 census data INEGI.

11 Introducción

Los cambios en la sociedad son producto de muy diversos factores. Uno de los más notables es el crecimiento demográfico. Ver, por ejemplo, que cada año la población crece es algo que fácilmente nos permite percibir nuevas situaciones, como la saturación de servicios de transporte, salud, energía eléctrica, educación y suministro de agua, así como las fuentes de trabajo, espacios para esparcimiento y saturación de vivienda, entre otros (I. Boyer, 1999).

Tanto en países en vía de desarrollo como los más desarrollados se presenta la misma situación, puesto que no pueden aprovisionar los recursos adecuados para la construcción sistemática de viviendas, fuentes de empleo, calidad de vida, etc., debido al aumento de población. Tanto difícil es tener un crecimiento controlado de la población como tener medidas preventivas para ofrecer soluciones a las problemáticas anteriormente mencionadas.

Una migración se da cuando un grupo social en este caso humano, realiza un traslado de su lugar de origen a otro donde considere que mejorará su calidad de vida. En términos sociales humanos, una migración es el desplazamiento de personas desde su lugar de residencia habitual hacia otra. A principios de 1900 comenzó a llamar la atención el tema de la migración de personas de diferentes ciudades y status sociales a otros. Desde entonces ha habido varios intentos para poder explicar o dar argumentos factibles a este tipo de conductas o comportamientos de la sociedad.

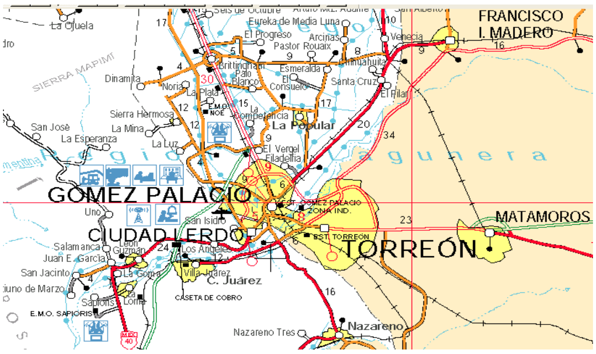
Ernst Georg Ravenstein geógrafo alemán fue el primero en realizar investigaciones y resumirlas en sus llamadas “Leyes de la migración de Ravenstein” en las cuales hace referencia a las migraciones que se realizan entre ciudades pequeñas o rurales a ciudades grandes, industriales o comerciales las cuales tengan un aspecto llamativo, tal como tecnología o mejores medios de transporte. Establece también que los flujos migratorios son en mayoría masculinos y que la migración se produce por etapas, además de que existe una relación entre la migración y la distancia recorrida: A mayor distancia, menor la cantidad de desplazamientos. En general concluye argumentando que: Los factores económicos predominan sobre los demás a la hora de emigrar; si bien se dice que hay otros factores que también originan las migraciones, ninguno de estos se compara con el deseo de muchos hombres de mejorar su nivel de vida material (E. G. Ravenstein, 1889).

En la época de los 50’s se comenzó a fundar la base para que en conjunto con los trabajos realizados por Ravenstein se construyera un modelo explicativo el cual tendría más adelante el mayor impacto en la comunidad científica sobre este tema, el modelo de los factores push-pull (empujar-jalar). Según se explica este modelo los elementos que te dan argumentos para emigrar del sitio de origen son los elementos push, al compararlos con los elementos ventajosos del sitio de destino, estos forman parte de los elementos pull. El encargado de valorar ambos argumentos es el individuo, el cual decide si emigrar o no hacerlo. Esta teoría tiene como desventaja que es un modelo individualista, esto quiere decir que captura la esencia de la migración de una forma personal, y los estudios demuestran que no es así, por el contrario es un fenómeno social, aparte de que no toma en cuenta otros tipos de factores, es demasiado simple y no explica ni da razón de ciertos ejemplos de migración los cuales no entran en este ámbito, como las personas que emigran de un lugar con condiciones similares a las de destino y por último señala que la única clase social que emigra es la clase baja y de lugares menos desarrollados, y la realidad es diferente. Estos fueron los motivos para que en años posteriores se comenzaran a proponer y utilizar teorías diferentes y de índole social (Blanco, Cristina, 2000).

Una de las teorías creadas en esta etapa es la teoría neoclásica la cual es la más utilizada hasta la fecha y determina que los flujos migratorios tienden a ir de un lugar en donde hay mucha mano de obra y bajo salario a donde pasa lo contrario, hay poca mano de obra y los salarios son buenos. Aquí el individuo canaliza la relación costo-beneficio de la situación y decide si es conveniente emigrar por los ingresos y nivel de bienestar que ofrece el destino.

La siguiente investigación aborda como tema principal el de la proyección de casas tipo interés social aplicando el modelo de migración humana, este es un fenómeno directamente relacionado al crecimiento demográfico. El próximo estudio se realizó con la finalidad de que mediante un Modelo Matemático y realizando experimentos con la función elemental de la línea recta definida en: (Kalashnikov y Kalashnykova, 2007: 731-760), se pueda predecir el flujo de migración humana entre las tres ciudades que conforman la Comarca Lagunera. Dichas ciudades son Torreón, Gómez Palacio y Lerdo, como se observa en la figura 1. La primera perteneciente al Estado de Coahuila y las dos últimas al Estado de Durango, ambas entidades localizadas al norte de la República Mexicana.

Figura 11 *Región Lagunera de Torreón, Gómez Palacio y Lerdo. INEGI.*



Los modelos de migración humana atrajeron un interés fuerte por parte de los investigadores de operaciones en los años noventa del último siglo; véase (Nagurney, 1990: 79 – 88), (Nagurney et al., 1992: 262 – 274), (Nagurney, 1999), entre otros. La mayoría de los artículos y libros pertinentes desarrollan condiciones que garantizan la existencia y unicidad de equilibrio en los modelos propuestos. Por ejemplo, los trabajos por el grupo de Anna Nagurney citados más arriba examinan las varias formas del equilibrio de Nash bajo una suposición de competencia perfecta, es decir, cada grupo de la población descuida la posible influencia de la migración sobre el nivel de vida en el destino.

En los trabajos realizados por (Bulavsky y Kalashnikov, 1994: 129 – 138), (Bulavsky y Kalashnikov, 1995: 164 – 176), (Isac, Bulavsky y Kalashnikov, 2002), (Figuières, C. et al., 2004), una nueva gamma de equilibrios con variaciones conjeturales (CVE) se introdujo y se investigó en que los coeficientes de influencia de cada agente afectaron la estructura del equilibrio de Nash. En particular, unos factores de influencia constantes se conjeturaron en el modelo de migración humano examinado en (Isac, Bulavsky y Kalashnikov, 2002). Más precisamente, los grupos de migración potenciales no sólo estaban teniendo en cuenta la diferencia actual entre los valores de función de utilidad al destino y en la localización origen, pero también las posibles variaciones en los valores de utilidad implicados por el cambio de volumen de la población debido al flujo de migración. Entonces, se consideraba no competencia perfecta pero un modelo del equilibrio generalizado de tipo Cournot con coeficientes de influencia diferentes de 1, al contraste del caso del equilibrio de Cournot clásico cuando los coeficientes son iguales a 1.

En el trabajo propuesto, se extiende al último modelo al caso cuando los coeficientes de las variaciones conjeturales no sólo pueden ser constantes, pero también una función (continuamente diferenciables) de la población total al destino y del fragmento del grupo en él. Es más, se permite esta función para tomar valores distintos a la localidad abandonada y al destino.

Como una comprobación experimental del modelo propuesto, se propone una forma específica del modelo basado en datos relevantes de la población de las tres ciudades aglomeradas al límite de dos estados mexicanos: Durango y Coahuila. Nosotros consideramos la 1990-2010 dinámica de crecimiento de la población en las tres ciudades: Torreón (Coah.), Gómez Palacio (Dgo.) y Lerdo (Dgo.) y se deduce experimentalmente las funciones de utilidad para cada una de las tres ciudades. Después de haber coleccionado información necesaria sobre los costos promedios de movimiento y transportación (es decir, migración) para cada par de las ciudades, se aplica el modelo de migración humana a este ejemplo. Se han dirigido experimentos numéricos con resultados interesantes cerca de los estados de equilibrio probables revelados.

2.- Descripción del modelo

Similar a (Isac, Bulavsky y Kalashnikov, 2002), considere una economía cerrada con:

n localizaciones, denotadas por i,
J clases de población, denotadas por k,
$\overline{Q_i^k}$ población fija inicial de la clase k en la localidad i
Q_i^k población de la clase k en la localidad i en el equilibrio
cij costo de migración de la localidad i a la localidad j
s_{ij}^k flujo de migración de la clase k del origen i al destino j

Se supone que el costo de migración no sólo refleja el costo de movimiento físico pero también el costo personal y psicológico como percibido por una clase moviendo entre las localidades.

Al contrario del modelo de migración humana descrito en (Isac, Bulavsky y Kalashnikov, 2002), el valor u_i^k de la utilidad (lo atractivo de la localidad i como percibido por la clase k), depende de la población al destino Q_i^k, es decir, u = u(Q).

Las ecuaciones de conservación de flujo para la clase social de todos los empleados k y cada localidad i se dan como sigue:

$$Q_i^k = \overline{Q}_i^k + \sum_{l \neq i} s_{li}^k - \sum_{l \neq i} s_{il}^k, \quad i = 1,\dots,n;\ k = 1,\dots,J, \tag{11}$$

y la suposición de que no haya ninguna migración repetida se escribe como las desigualdades

$$\sum_{l \neq i} s_{il}^k \leq \overline{Q}_i^k, \quad i = 1,\dots,n, \tag{11.1}$$

con $s_{il}^k \geq 0, \forall k = 1,\dots,J; l \neq i$. Denote el conjunto factible del problema por

$K = \{(Q,s) \mid s \geq 0,$ y (Q,s) satisfacen a (11), (11.1)}

La ecuación (11) dice que la población a la localidad i de la clase k está determinada por la población inicial de la clase k en la localidad i más el flujo de migración en i de esa clase menos el flujo de migración fuera de i para esa clase. La ecuación afirma que el flujo fuera de i por la clase k no puede exceder la población inicial de la clase k a i, desde que ninguna migración repetida se permite.

Supóngase que los emigrantes potenciales son racionales y esa migración continúa hasta ningún individuo tiene cualquier incentivo para mover, desde que una decisión unilateral ya no rendirá una ganancia neta positiva (la ganancia en la utilidad esperada menos el costo de migración).

Además del modelo de migración humana en (Isac, Bulavsky y Kalashnikov, 2002), aquí nosotros introducimos los conceptos siguientes.

Permita que $w_{ij}^{k+} \geq 0$ sea un coeficiente de influencia tomado en cuenta por un individuo de la clase k que mueve de i a j. Este coeficiente es definido por su asunción que después del movimiento de individuos en la cantidad s_{ij}^{k} de la clase k de la localidad i a la localidad j, la población total de la clase k a j se pondrá igual a:

$$\overline{Q}_j^k + w_{ij}^{k+} s_{ij}^k \quad , \tag{11.2}$$

Por otro lado, permita que $w_{ij}^{k-} \geq 0$ sea un coeficiente de influencia conjeturado por un individuo de la clase k que mueve de la localidad i a la localidad j, determinado por la asunción que después del movimiento de individuos en la cantidad s_{ij}^{k}, la población total de la clase k en la localidad i permanecerá igual a

$$\overline{Q}_i^k - w_{ij}^{k-} s_{ij}^k \quad , \tag{11.3}$$

Nosotros aceptamos las suposiciones siguientes acerca de las funciones de utilidad y las variaciones esperadas de los valores de utilidad:

A1. La utilidad $u_i^k = u_i^k(Q_i^k)$ es una función continuamente diferenciable que disminuye de un modo monótono para todos $i = 1,\ldots,n;\ k = 1,\ldots,J.$

A2. Cada persona de la clase k, al considerar su posibilidad de mudanza de la localidad i a la localidad j, no sólo tiene en cuenta la diferencia en el valor de utilidad a la localidad inicial y el destino, pero también tanto el incremento esperado (negativo) del valor de la función de utilidad a j

$$s_{ij}^k w_{ij}^{k+} \frac{du_j^k}{dQ_j^k} \quad , \tag{11.4}$$

como el incremento esperado (positivo) del valor de la utilidad en localidad i

$$- s_{ij}^k w_{ij}^{k-} \frac{du_i^k}{dQ_i^k} \quad , \tag{11.5}$$

3.- La definición de un equilibrio

Un vector factible de las poblaciones y de los flujos $(Q^*, s^*) \in K$ es un equilibrio, si para cada clase k=1,…,J, y para cada par de localidades i,j=1,...n; $i \neq j$, se cumplen las relaciones siguientes:

$$u_i^k - s_{ij}^{k*} w_{ij}^{k-} \frac{du_i^k}{dQ_i^k}\left(Q_i^{k*}\right) + c_{ij}^k \begin{cases} = u_j^k + s_{ij}^{k*} w_{ij}^{k+} \dfrac{du_j^k}{dQ_j^k}\left(Q_j^{k*}\right) - \lambda_i^k, \ \text{si} \ s_{ij}^{k*} > 0; \\ \geq u_j^k + s_{ij}^{k*} w_{ij}^{k+} \dfrac{du_j^k}{dQ_j^k}\left(Q_j^{k*}\right) - \lambda_i^k, \ \text{si} \ s_{ij}^{k*} = 0; \end{cases} \tag{11.6}$$

y

$$\lambda_i^k \begin{cases} \geq 0, \ \text{si} \ \sum_{j \neq i} s_{ij}^{k*} = \overline{Q}_i^k; \\ = 0, \ \text{si} \ \sum_{j \neq i} s_{ij}^{k*} < \overline{Q}_i^k. \end{cases} \tag{11.7}$$

A3. Se asume que los coeficientes de influencia son funciones que dependen de la población final a la localidad en cuestión (el destino para los coeficientes w_{ij}^{k+}, y la localidad inicial para los coeficientes w_{ij}^{k-}) y del flujo de migración de la localidad i a la localidad j, satisfaciendo las condiciones siguientes:

$$s_{ij}^{k} w_{ij}^{k+}\left(Q_j^k, s_{ij}^k\right) = \alpha_{ij}^{k+} s_{ij}^k + \sigma_{ij}^{k+} Q_j^k \quad , \qquad (11.8)$$

y $$s_{ij}^{k} w_{ij}^{k-}\left(Q_i^k, s_{ij}^k\right) = \alpha_{ij}^{k-} s_{ij}^k + \sigma_{ij}^{k-} Q_i^k \quad , \qquad (11.9)$$

donde

$$\alpha_{ij}^{k\pm} \geq 0, \ \sigma_{ij}^{k\pm} \geq 0, \ \alpha_{ij}^{k\pm} + \sigma_{ij}^{k\pm} \leq 1. \quad , \qquad (11.10)$$

4.- Aplicación y ejemplos del modelo de migración humana con Torreón, Gómez Palacio y Lerdo.

Para comprender la aplicación numérica en el modelo de migración humano antes dicho en donde se consideran tres localidades distintas i=1,2 y 3, para la totalidad de la sociedad, definida por k, con una población Q_i. Cada habitante percibe un valor de u_i de utilidad en cada localidad i, y el costo de ser movido de i a j, denotado por c_{ij}. Para una base de nuestra investigación, se han seleccionado tres ciudades reales: Torreón, Coah. (i=1), Gómez Palacio, Dgo. (i=2), y Lerdo, Dgo. (i=3). Estas tres ciudades forman un aglomerado con un transporte y redes de comunicación bien desarrollados. Para introducir funciones de utilidad para cada ciudad, se hace uso del esquema siguiente.

Asumiendo que $\frac{du(Q(t))}{dt} = a,$ nosotros venimos a la fórmula:

$$\frac{du}{dQ} = \frac{a}{dQ/dt}, \qquad (11.11)$$

La función $Q(t)$ que refleja el crecimiento de la población con tiempo, se supone que es aproximado con uno de las maneras siguientes.

Suponiendo que $Q(t) = A + Bt$ (función lineal) y haciendo uso de (12) con $a = -1$, nosotros venimos a la ecuación diferencial que sigue:

$$\frac{du}{dQ} = -\frac{1}{B}. \quad , \qquad (11.12)$$

Su solución general $u(Q) = C - \frac{Q}{B}$ permite a aceptar tal utilidad lineal para cada uno de las tres ciudades mencionadas más arriba. Como un valor del parámetro C, nosotros seleccionamos un costo promedio (en las decenas de miles de pesos mexicanos) de una casa con dos dormitorios a la localidad correspondiente, aceptando que el valor del parámetro B esté determinado para cada ciudad por el procedimiento de los mínimos cuadrados aplicado a los datos de crecimiento de la población durante el periodo de tiempo 1990-2010.

Solo se tomara en cuenta las ciudades antes mencionadas y se crearán grupos para definir a donde se dirige cada uno, asignándolos de la siguiente manera:

Tabla 11 INEGI. Censo de población y vivienda 2010.

Ciudad	Ocupación	Habitantes	Grupo
Torreón	242269	639629	1
Gómez Palacio	114643	327985	2
Lerdo	47391	141043	3

Basados sobre estos cálculos, se proponen las siguientes funciones de utilidad para los experimentos numéricos:

$$\begin{cases} u_1(Q) = 25.0 - \dfrac{Q}{86354337}; \\ u_2(Q) = 22.5 - \dfrac{Q}{479551}; \\ u_3(Q) = 16.0 - \dfrac{Q}{2015295}. \end{cases} \tag{11.13}$$

Supóngase que la población inicial de obreros de la construcción (el grupo 1 y el único en nuestros ejemplos numéricos) junto con sus familias a cada localidad sea: $\overline{Q_1}$ =242269, $\overline{Q_2}$ =114643, $\overline{Q_3}$ =47391; los costos de movimiento de una localidad a otra (en miles de pesos del mexicanos) sean como siguen: $c_{12} = 1.6; c_{13} = 1.6; c_{21} = 1.6; c_{23} = 1.0; c_{31} = 1.6; c_{32} = 1.0.$

Las condiciones de equilibrio (7) y (8) se pueden re-escribirse como los problemas de complementariedad siguientes:

$$\begin{cases} \psi_{ij} \equiv u_i + c_{ij} - u_j - s_{ij} w_{ij}^- \dfrac{du_i}{dQ_i} - s_{ij} w_{ij}^+ \dfrac{du_i}{dQ_j} + \lambda_i \geq 0,\ s_{ij} \geq 0,\ \text{y}\ \psi_{ij} s_{ij} = 0; \\ \zeta_i \equiv \overline{Q}_i - \sum\limits_{\ell \neq i} s_{i\ell} \geq 0, \quad \lambda_i \geq 0,\ \text{y}\ \zeta_i \lambda_i = 0. \end{cases}, \tag{11.14}$$

$$\begin{cases} \psi_{12} \equiv 2.66 - \dfrac{Q_1}{86354337} + \dfrac{Q_2}{479551} + s_{12} w_{12}^+ \dfrac{1}{479551} + \lambda_1 \geq 0, & s_{12} \geq 0, \quad \psi_{12} \cdot s_{12} = 0; \\ \psi_{13} \equiv 9.16 - \dfrac{Q_1}{86354337} + \dfrac{Q_3}{2015295} + s_{13} w_{13}^+ \dfrac{1}{2015295} + \lambda_1 \geq 0, & s_{13} \geq 0, \quad \psi_{13} \cdot s_{13} = 0; \\ \psi_{21} \equiv -2.34 + \dfrac{Q_1}{86354337} - \dfrac{Q_2}{479551} + s_{21} w_{21}^+ \dfrac{1}{86354337} + \lambda_2 \geq 0, & s_{21} \geq 0, \quad \psi_{21} \cdot s_{21} = 0; \\ \psi_{23} \equiv 6.66 - \dfrac{Q_2}{479551} + \dfrac{Q_3}{2015295} + s_{23} w_{23}^+ \dfrac{1}{2015295} + \lambda_2 \geq 0, & s_{23} \geq 0, \quad \psi_{23} \cdot s_{23} = 0; \\ \psi_{31} \equiv -8.6 + \dfrac{Q_1}{86354337} - \dfrac{Q_3}{2015295} + s_{31} w_{31}^+ \dfrac{1}{86354337} + \lambda_3 \geq 0, & s_{31} \geq 0, \quad \psi_{31} \cdot s_{31} = 0; \\ \psi_{32} \equiv -6.4 + \dfrac{Q_2}{479551} - \dfrac{Q_3}{2015295} + s_{32} w_{32}^+ \dfrac{1}{479551} + \lambda_3 \geq 0, & s_{32} \geq 0, \quad \psi_{32} \cdot s_{32} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\lambda_1 \geq 0, \qquad \zeta_1 \equiv 242269 - S_{12} - S_{13} \geq 0, \lambda_1 .. \zeta_1 = 0; \\ &\lambda_2 \geq 0, \qquad \zeta_2 \equiv 114643 - S_{21} - S_{23} \geq 0, \lambda_2 .. \zeta_2 = 0; \\ &\lambda_3 \geq 0, \qquad \zeta_3 \equiv 47391 - S_{31} - S_{32} \geq 0, \lambda_3 .. \zeta_3 = 0; \end{aligned}$$

Para resolver el problema, nosotros revocamos que la población final a cada localidad, al alcanzar el equilibrio, es dada por la población total inicial de la localidad *i* menos el flujo de migración fuera de *i*, más el flujo de migración en *i*:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 639629 - s_{12} - s_{13} + s_{21} + s_{31}; \\ Q_2 &= 327985 - s_{21} - s_{23} + s_{12} + s_{32}; \\ Q_3 &= 141043 - s_{31} - s_{32} + s_{13} + s_{23}. \end{aligned}$$

Resolviendo el conjunto de ecuaciones mediante el programa Maple 14, primero completamos el modelo con nuestros datos y partiendo de un w+ de 2.0 y posteriormente analizando para otros valores de w, se obtienen valores resultantes, y los cuales se muestran en la tabla.

```
2.6600-(639629-s_12- s_13+s_21+s_31) /8635.4337+(327985-s_21- s_23+s_12+s_32)
/4795.51+s_12*2.0/4795.51+λ_1)*(s_12)
+(9.1600-(639629-s_12- s_13+s_21+s_31) /8635.4337+(141043-s_31- s_32+s_13+s_23)
/2015.295+s_13*2.0/2015.295+ λ _1)*(s_13)
+ (λ _2+(639629-s_12- s_13+s_21+s_31) /8635.4337-(327985-s_21- s_23+s_12
+s_32)/4795.51+s_21*2.0/8635.4337-2.3400)*(s_21) +(6.6600-(327985-s_21
-s_23+s_12+s_32)/4795.51+(141043-s_31- s_32+s_13+s_23)/2015.295+s_23*2.0 /2015.295+ λ
_2)*(s_23) + (λ _3+(639629-s_12-s_13+s_21+s_31)/8635.4337
-(141043-s_31- s_32+s_13+s_23) /2015.295+s_31*2.0/8635.4337-8.600)*(s_31) + (λ _3+(327985-
s_21- s_23+s_12+s_32) /4795.51-(141043-s_31- s_32+s_13+s_23)
/2015.295+s_32*2.0/4796.51-6.400)*(s_32)
+ (242269-s_12-s_13)*(λ _1) + (114643-s_21
-s_23)*(λ _2) + (47391-s_31-s_32)*(λ _3) =0,
242269-s_12-s_13>=0, 114643-s_21-s_23>=0, 47391-s_31-s_32>=0
```

Considerando los resultados de la tabla, después de aplicar el software Maple Ver. 14 y ordenado los datos obtenidos, podemos aplicar la conversión siguiente de que en promedio en cada casa habitación de interés social existen 3.5 personas que la habitan, este equivalente lo proporciona el INEGI de censo 2010, con lo anterior podemos hacer la transformación de habitantes a casas habitación.

Tabla 11.1 *Cantidad de casas tipo interés social a construir en el siguiente año.*

Ciudades	*Torreon*	*Gomez Palacio*	*Lerdo*
Casas	*728*	*2395*	*-2285*

Se observa claramente la cantidad de casas habitación que se deben construir en cada una de estas ciudades, para el siguiente año. También se ve que en la ciudad de Lerdo, no es necesario construir ninguna, por el contrario se tendrán casas desocupadas que podrán ser rentadas o abandonadas.

Considerando los datos anteriores que se obtuvieron con el modelo de migración, tomando solamente los valores cuando el coeficiente w de influencia, estamos en condiciones de compara estos datos contra los proporcionados por el departamento de INEGI, que son los datos que se muestran en la siguiente tabla 11.2.

Tabla 11.2 Viviendas construidas y habitadas. INEGI 2000 a 2010.

Año	**Casas**	**Torreón**	**Gómez Palacio**	**Lerdo**
2000	**Habitadas**	**125033**	**63313**	**24665**
2010	**Habitadas**	**172719**	**83973**	**35009**
	Viviendas	**224234**	**108682**	**44565**

11.1 Resultados

Observando los datos arrojados por el modelo de migración, después de procesar los valores determinados para el estudio, se tienen casas proyectadas para el año siguiente: 728 en Torreon, 2395 en Gómez Palacio y -2285 en Lerdo.

En estos resultado se tiene que en Toorreón y Gómez Palacio habrá casa que se ocupen, mientras en Lerdo existirían casas deshabitadas.

En todos los casos mencionados, valores de los parámetros $A_j, B_j, C_j, j = 1,2,3$, fueron determinados, utilizando el método de mínimos cuadrados, así mismo como en el caso considerado en el artículo presentado, al resolver unos problemas de aproximación óptima de los datos reales del crecimiento de poblaciones en cada ciudad durante el periodo de los años 1990 – 2010.

Agradecimiento

El trabajo de los últimos cuatro autores fue organizado y apoyado por el Programa Académico (Cuerpo Académico de Modelación y Desarrollo Tecnológico) de la Facultad de Ingeniería Ciencias y Arquitectura (FICA) de la Universidad Juárez del Estado Durango (UJED).

11.2 Conclusiones

Realizando los resultados obtenidos y comparando entre los datos de INEGI-El modelo de migración se tiene: +4040.6 en Torreón, -329 y +1251, casas habitadas.

Estas diferencias nos indican que hay que seguir trabajando el modelo de migración con otros valores mayores de w, que es el coeficiente de influencia.

También se deben buscar otras funciones matemáticas que nos ayuden a lograr aproximarse a los datos reales de población.

11.3 Referencias

Blanco, Cristina, “Las migraciones contemporáneas” Editorial Alianza, Madrid, 2000.

Bulavsky, Vladimir, Isac, Gheorghe, y Kalashnikov, Vyacheslav (1998), “Application of topological degree theory to complementarity problems”, en Athanasios Migadlas, Panos Pardalos y Peter Värbrand (coords.), Multilevel Optimization: Algorithms and Applications, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, pp. 333 – 358.

Bulavsky, Vladimir, y Kalashnikov, Vyacheslav (1994), “One-parametric driving method to study equilibrium”, Economics and Mathematical Methods (Ekonomika i Matematicheskie Metody, in Russian), vol. 30, pp. 129 – 138.

Bulavsky, Vladimir, y Kalashnikov, Vyacheslav (1995), “Equilibria in generalized Cournot and Stackelberg models”, Economics and Mathematical Methods (Ekonomika i Matematicheskie Metody, en Ruso), vol. 35, pp. 164 – 176.

Figuières, Charles, Jean-Marie, Alain, Quérou, Nicolas, y Tidball, Mabel (2004), Theory of Conjectural Variation,. New Jersey/London/Singapore/Shanghai/Hong Kong/Taipei/Bangalore, World Scientific. – 168 p.

Isac, Gheorghe., Bulavsky, Vladimir, y Kalashnikov, Vyacheslav (2002), Complementarity, Equilibrium, Efficiency and Economics, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers. – 468 p.

Ivonne Boyer Gómez, Formación Cívica y Ética 2, Ed. Nuevo México. ed. 1999 México, p. 160

Kalashnikov, Vyacheslav, y Kalashnykova, Nataliya (2004), “Demand and equilibrium in a network of oligopolistic markets”, Journal of Business and Economics Research, vol. 2, pp. 51 – 64.

Kalashnikov, Vyacheslav, y Kalashnykova, Nataliya (2006), “Simulation of a conjectural variations equilibrium in a human migration model”, The International Journal of Simulation: Science, Systems & Technologies, The UK Simulation Society, Nottingham, UK (aceptado).

Kalashnikov, Vyacheslav, Kalashnykova, Nataliya, Luévanos, Ramón, Méndez, Mario, Uranga, César, y Luévanos, Arnulfo (2006), “Numerical experimentation with a human migration model”. – Bajo de la evaluación en la revista: The European Journal of Operacional Research.

Kinderlehrer, D., y Stampacchia, G. (1980), An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications, New York: Academic Press.

Nagurney, Anna (1990), “A network model of migration equilibrium with movement costs”, Mathematical and Computer Modelling, vol. 13, pp. 79 – 88.

Nagurney, Anna, Jie Pan, y Lan Zhao (1992), “Human migration network”, European Journal of Operational Research, vol. 59, pp. 262 – 274.

Nagurney, Anna (1999), Network Economics: a Variational Inequality Approach (2ª edición revisada), Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

E. G. Ravenstein, “The Laws of Migration” Journal of the Royal Statistical Society, 48, pt. 2 Junio 1889. Pp. 167-227.